Title: Rozwój myślenia kreatywnego na lekcjach matematyki na podstawie wykorzystania heurystycznych metod nauczania i technologii informacyjnych

Author: Eugenia Smyrnowa-Trybulska, Janina Duda, Katarzyna Kuchejda

Citation style: Smyrnowa-Trybulska Eugenia, Duda Janina, Kuchejda Katarzyna. (2009). Rozwój myślenia kreatywnego na lekcjach matematyki na podstawie wykorzystania heurystycznych metod nauczania i technologii informacyjnych. W: W. Korzeniowska (red.), "Tradycje kształcenia nauczycieli na Śląsku Cieszyńskim : studia, rozprawy, przyczynki" (s. 296-314). Katowice : Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego.

Eugenia Smyrnova-Trybulska, Janina Duda,
Katarzyna Kuchejda

Rozwój myślenia kreatywnego na lekcjach matematyki na podstawie wykorzystania heurystycznych metod nauczania i technologii informacyjnych

Wprowadzenie

Pojęcie kreatywności ściśle koresponduje z szeroko pojmowaną twórczością, która z kolei swój wymiar znajduje w indywidualnych cechach każdego człowieka. To właśnie osobowość ludzka oraz ogół cech jej towarzyszących stanowi o jej możliwościach intelektualnych, a także uzdolnieniach i nawet przyszłych sukcesach w nauce, pracy. Od czego zależy sukces w życiu? To pytanie jest pokrewne pytaniu o sens życia. Każdy człowiek ma misję, którą albo tworzy sam, albo ma narzuconą przez innych. Sukces człowieka to realizacja jego misji, osiągnięcie zaplanowanych celów.

Co robi szkoła w tym kierunku, aby uczniowie sami określili i realizowali swoją misję? Szkoła daje wykształcenie, najczęściej jednakowe dla wszystkich, zwykle nieuwzględniające zdolności, zainteresowań, cech indywidualnych osobowości dziecka. Jak indywidualizować nauczanie, ucząc grupy o zróżnicowanych zdolnościach, zainteresowaniach czy potrzebach? Czy wystarczające jest dawanie uczniom zadań o różnym poziomie trudności, wprowadzanie profili nauczania bądź klas, które realizują niektóre przedmioty w zakresie rozszerzonym? Odpowiedzi na te pytania są bardzo trudne. Wydaje się, że należałoby umożliwić każdemu uczniowi ustalenie swego indywidualnego toku nauki wszystkich przedmiotów w zakresie ogólnym. To uczeń decydowałby, które przedmioty, w jakim zakresie, jakimi metodami zrealizuje w zakresie rozszerzonym. Ta droga, tzn. heurystyczna (heurystyka — od grec. odnajduję, znajduję, otwieram), będzie dla ucznia nieprzerwanym odkrywaniem nowego.

Pierwowzorem nauki heurystycznej jest metoda Sokratesa, który razem z rozmówcą za pomocą szczególnych pytań i rozważań dochodził do wiedzy. Wyciąganie skrytej w człowieku wiedzy może być nie tylko metodą, ale także metodologią kształcenia. W tym wypadku uczniowi proponuje się ustawienie drogi swego kształcenia w odniesieniu do każdego ze studiowanych przedmiotów, nie tylko zdobywanie wiedzy, ale i ustalanie osobistych celów. Zajęcia, program nauki, sposoby opanowania studiowanych tematów, formy pracy są indywidualną sprawą każdego ucznia, choć przy pewnym wsparciu nauczyciela. Osobiste doświadczenie ucznia staje się komponentem jego wykształcenia, a treść wykształcenia rodzi się w procesie jego działalności.

Pod heurystyczną nauką często rozumie się: formę nauki, np. heurystyczną rozmowę; metodę nauki, np. metodę burzy mózgów; technologię twórczego rozwoju uczniów itd. A.W. Chutorskoj jako heurystyczną naukę pojmuje naukę, w czasie której uczeń konstruuje własne cele i treści kształcenia, a także sposoby organizacji pracy, diagnostyki i badania efektów kształcenia[1].

Heurystyka to nauka o odkryciu nowego. Heurystyka dydaktyczna jest nauką o uczeniu się i nauczaniu jako odkrywaniu; to pedagogiczna teoria, według której wykształcenie buduje się na bazie twórczej samorealizacji uczniów i pedagogów w procesie tworzenia przez nich oświatowych produktów w studiowanych obszarach wiedzy i działalności. Rezultatem heurystycznego kształcenia staje się rozwój kreatywnych, kognitywnych i komunikatywnych aktywności ucznia, który:
— swobodnie myśląc, czując i ruszając się, równocześnie potrafi przestrzegać norm zachowania, określanych przez społeczne środowisko; ma rozwinięte uczucie odkrywania, zdolność do generowania idei, skłonność do ryzyka i eksperymentu;
— jest nosicielem przeżytych ojczystych norm kulturalnych i tradycji, umie prowadzić efektywny dialog z przedstawicielami innych kultur;
— rozumie sens studiowania wybranych przedmiotów oraz orientuje się w kluczowych problemach interesujących go dziedzin wiedzy; umie działać w sytuacjach niepewnych;
— potrafi postawić sobie cel w nauce albo działalności, zaplanować jego realizację, wykorzystując optymalne dla istniejących warunków sposoby i środki, ocenić jego realizację oraz przeprowadzić ewaluację i samoocenę;
— potrafi zająć stanowisko w różnych sytuacjach, objaśnić swój punkt widzenia, obiektywnie ocenić innych;

[1] A.V. H u t o r s k o j: Evrističeskoe obučenije kak tehnologia tvorčeskoj samorealizacji učaščihsia i predposylka ih žyzniennogo uspieha. www.narva.ut.ee/uudised/konverents/Teesid.doc. 5.10.2006.

— stosuje heurystyczne metody i sposoby działalności: metody prognozy, formułowania hipotez, odkrywania prawidłowości, odznacza się wnikliwością, ma intuicję, potrafi dobierać metody działania, dostrzega znane w nieznanym i odwrotnie, potrafi dostrzegać i formułować problemy;
— uzyskuje dobre rezultaty wykształcenia, wyróżniające się od powszechnie przyjętych: głębokością, giętkością, otwartością, niepospolitością, krytycznością, obecnością subiektywnego punktu widzenia.

W heurystycznej nauce uczeń pierwotnie konstruuje wiedzę o badanym obszarze realności. Dlatego proponuje się mu realny znaczący obiekt (zjawisko naturalne, zdarzenie historyczne, materiał do konstruowania itp.), a nie gotową wiedzę o nim. Produkt działalności, który uczeń otrzymuje (hipoteza, utwór, praca itp.), subiektywnie dla niego nowy, przy pomocy nauczyciela porównuje on z kulturalno-historycznymi faktami oraz znanymi osiągnięciami w danej dziedzinie. W rezultacie uczeń może ocenić swój rezultat i dokonać jego ewaluacji. Rozwijają się zatem umiejętności ucznia (jego wiedza, uczucia, zdolności, doświadczenia). Efekty działalności ucznia mogą być nie tylko jego osobistym sukcesem, ale i sukcesem pewnej grupy lub społeczności, której jest członkiem. Tym sposobem uczeń zostaje włączony w kulturalno-historyczne procesy w charakterze ich pełnoprawnego uczestnika.

Wśród podstawowych zasad nauki heurystycznej można wydzielić[2]:
— zasadę osobistego określenia celu ucznia;
— zasadę wyboru indywidualnej trajektorii oświatowej;
— zasadę metaprzedmiotowych podstaw utrzymania wykształcenia;
— zasadę produktywności nauki;
— zasadę pierwotności produkcji oświatowej ucznia;
— zasadę sytuacyjności nauki;
— zasadę refleksji oświatowej.

Właściwości metodyki nauki heurystycznej

Tradycyjnie treść nauki przekazuje się uczniowi w postaci szkolnego materiału w celu jego przyswojenia. W nauce heurystycznej szkolny materiał odgrywa rolę środowiska, które eksploatuje się dla innego celu — stworzenia przez ucznia własnej treści wiedzy w postaci jego osobistych produktów twórczości.

Różnica między nauką heurystyczną a tradycyjną polega także na zmianie współzależności między wiedzą a niewiedzą. Celem tradycyjnej nauki jest przetwarzanie niewiedzy w wiedzę: nauczyciel „daje wiedzę”, a uczniowie ją „otrzymują”. W nauce heurystycznej nauczyciel wspólnie z uczniami powięk-

[2] Ibidem.

szają swą niewiedzę, następuje zatem proces odwrotny — z wiedzy powstaje niewiedza. Niewiedzy nie stanowi tu pustka, a refleksyjnie utrwalona podczas nauki problematyka, czyli wiedza o niewiedzy. Tę niewiedzę uznaje się za najważniejszy element otrzymania wykształcenia.

Popularna od Sokratesa zasada „znanej niewiedzy" dopuszcza odpowiednie zmiany elementów systemu dydaktycznego. Na przykład kontroli i ocenie podlega objętość i jakość nie tylko wiedzy ucznia o przedmiocie, ale i jego niewiedzy, czyli jego aktualnych pytań, problemów.

Kluczowy technologiczny element nauki — heurystyczna, dydaktyczna sytuacja — to sytuacja aktywizującej niewiedzy, która ma mobilizować uczniów do stworzenia osobistego produktu (idei, problemu, hipotezy, wersji, schematu, tekstu). Otrzymany dydaktyczny efekt jest nieprzewidywalny; pedagog problematyzuje sytuację, opracowuje plan działania, towarzyszy działaniom uczniów, ale nie określa zawczasu, jakie powinni otrzymać konkretne rezultaty.

W szkolnym procesie przystosowuje się system form heurystycznych zajęć, do których należą: lekcje, heurystyczne rozmowy, lekcje układania zadań, konstruowania pojęć, symbole twórczości, wynalazczości, lekcje metaprzedmiotowe, praktyczne gry ekonomiczne, heurystyczne wykłady i seminaria, konferencje, obrony twórczych prac, zajęcia refleksyjne. Skoncentrowanym przejawem kreatywnych form nauki są: heurystyczne studiowanie, naukowe i twórcze tygodnie, heurystyczne olimpiady i projekty.

Pedagogicznemu instrumentarium nauczyciela służą heurystyczne metody nauki: metody empatii, hipotez, uprawiania twórczości, symbolicznego i obrazowego widzenia, wzajemnego nauczania i samooceny, konstruowania pojęć, prognozowania, hiperbolizacji, inwersji, „burzy mózgów" i inne.

Czołową metodą nauki jest refleksja, tzn. uświadomienie sobie sposobów działalności, ukazanie jej znaczeniowych właściwości, ujawnienie przyrostu wiedzy ucznia albo nauczyciela. Formy oświatowej refleksji to ustne omówienie, pisemne ankietowanie, graficzne przedstawienie przez ucznia zmian swojego zainteresowania, osobistej aktywności, głębokości poznania, produktywności, samopoczucia, samorealizacji i inne.

Twórczość to zawsze wyjście za ramy, zmiana istniejącej wiedzy, rozumienia, norm, stworzenie nowych treści, nie włączonych w program przyswojenia. Dlatego w nauce heurystycznej kontroluje się nie tyle stopień przyswojenia gotowej wiedzy, ile twórcze odchylenie od niej. Podstawowym kryterium oceny jest porównanie osiągnięć ucznia w ciągu pewnego okresu nauki. Sprawdzeniu i ocenie, a także samoocenianiu i wzajemnemu ocenianiu podlegają: rozwój osobisty ucznia; jego twórcze osiągnięcia w zakresie studiowanych przedmiotów; poziom przyswojenia i wyprzedzenia oświatowych standardów.

Granice przydatności dydaktycznej heurystyki określają: konkretny nauczyciel, rodzic albo szkoła, ukierunkowana na rozwój talentu uczniów i produktywny typ wykształcenia. Sami uczniowie zazwyczaj z przyjemnością akceptują możliwość twórczego samowyrażenia, osiągając i przekraczając przy tym powszechnie przyjęte oświatowe normatywy.

George Polya swój punkt widzenia na to, jaka powinna być postawa „dobrego" nauczyciela, między innymi efektywnie wykorzystującego heurystyczne i inne aktywne metody nauczania, streścił następująco, formułując „dziesięć przykazań dla nauczycieli":

„1. Być zainteresowanym swym przedmiotem.

2. Znać swój przedmiot.

3. Wiedzieć, jak się uczyć: najlepszy sposób na nauczenie się czegokolwiek to odkrycie tego samemu.

4. Starać się czytać w twarzach uczniów, dostrzegać ich oczekiwania i trudności, umieć postawić się na ich miejscu.

5. Przekazywać uczniom nie tylko wiadomości, lecz również umiejętności, postawy myślowe, nawyk pracy metodycznej.

6. Niech uczą się odgadywać.

7. Niech uczą się udowadniać.

8. Dostrzegać te cechy zadania, które mogą być użyteczne przy rozwiązywaniu innych zadań — starać się dostrzec w danej konkretnej sytuacji metodę ogólną.

9. Nie ujawniać od razu całego sekretu — niech uczniowie odgadną go, zanim zostanie ujawniony — niech znajdą sami tyle, ile to jest możliwe.

10. Sugerować, nie narzucając własnego zdania"[3].

W niniejszym artykule przedstawiamy przykłady wykorzystania nowych informacyjnych technologii, w szczególności programu GRAN-1W, na lekcjach matematyki przy rozwiązywaniu zadań z parametrami na podstawie metody heurystycznej z wykorzystaniem parametrów dynamicznych. Pakiet programów GRAN został utworzony w Narodowym Uniwersytecie Pedagogicznym im. M.P. Dragomanowa, pod kierownictwem M.I. Żałdaka. Obecnie jest już kilka językowych wersji tego programu, w tym ukraińska, polska, rosyjska, angielska. Program wykorzystuje wielu nauczycieli matematyki i informatyki na Ukrainie, w Rosji, Białorusi, Polsce i w innych krajach.

Badanie funkcji za pomocą parametrów dynamicznych

Program GRAN-1W umożliwia prowadzenie poglądowego, dynamicznego badania funkcji oraz rozwiązywanie zadań z parametrami na podstawie wykorzystania parametrów dynamicznych, o czym będzie mowa w dalszym ciągu artykułu. O pakiecie programów GRAN można znaleźć dokładniejsze informacje

[3] G. Polya: *Odkrycie matematyczne*. Warszawa 1975, s. 308.

w artykułach opublikowanych w nr. 18, 19, 20 periodyku „Matematyka i Komputery” oraz na stronie www.gran.ata.com.pl

Na początek kilka informacji o interfejsie programu oraz oknie „Wykaz obiektów”[4]. Okno „Wykaz obiektów” składa się z czterech części. W górnej części okna znajduje się lista ośmiu możliwych typów zależności, które mogą być tworzone w programie. Wskazany jako ostatni, typ zależności został zaznaczony, a wszystkie nowo wprowadzane zależności będą tego samego typu dopóty, dopóki nie zostaną zmienione. Wszystkie wprowadzane zależności mogą być dowolne z możliwych typów w dowolnych zestawieniach.

W drugiej części okna „Wykaz obiektów” znajduje się wykaz wszystkich wprowadzonych obiektów. Rozróżnia się pojęcia obiektu bieżącego oraz obiektu zaznaczonego. Bieżący jest obiekt, na którym stoi kursor. Zaznaczony jest obiekt z przełącznikiem ☑. Włączać lub wyłączać przełącznik można za pomocą myszy lub klawisza „Spacja” klawiatury. Przedstawia się typ każdego obiektu oraz kolor wykresu zależności, odpowiedni dla tego obiektu.

W trzeciej części okna mieszczą się informacje o bieżącym obiekcie. Na przykład dla funkcji określonej we współrzędnych prostokątnych to przedział określoności oraz maksymalna i minimalna wartość funkcji w tym przedziale.

Prawa część okna zawiera tabelę parametrów dynamicznych, składającą się z dziewięciu elementów, odpowiadających każdemu z parametrów $p1$— $p9$. Jeżeli żadnego z parametrów nie użyto w jakimkolwiek obiekcie, to odpowiedni wiersz tabeli pozostaje pusty. Jeżeli parametr użyto przynajmniej w jednym z utworzonych obiektów, to w danym wierszu znajdzie się jego bieżąca wartość.

Pod tabelą znajdują się wiersze Min, Max, h, zawierające minimalne i maksymalne wartości, które może przyjmować każdy z parametrów, oraz ich przyrost. Za pomocą suwaka można zmieniać wartość aktywnego parametru. Jeśli w oknie „Wykres” utworzono obraz obiektu zawierającego aktywny parametr, to po zmianie parametru obraz zostanie „przerysowany”.

Przykład 1[5]**.**

Przekształcić oraz zanalizować funkcję na podstawie drgań harmonicznych, znanych z fizyki:

$$y = A\sin(\omega t + \varphi) + y_0$$

$A = p1$ — amplituda, $\omega = p2$ — częstotliwość,

$\varphi = p3$ — faza, $y_0 = p4$ — przesunięcie,

bądź w matematyce — zbadać funkcję $Y = p1{*}\sin(p2{*}x + p3) + p4$, której wykresem jest sinusoida w zależności od wartości parametrów $p1$, $p2$, $p3$, $p4$.

Rozwiązanie.

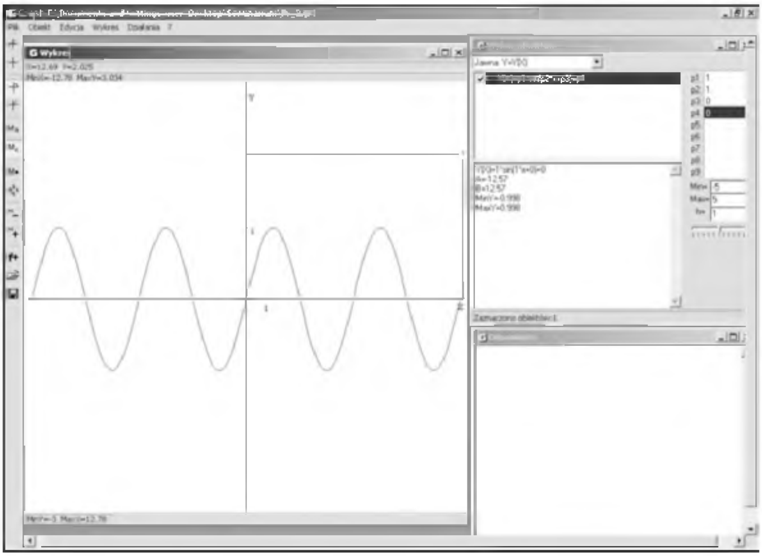
W programie GRAN-1W uczniowie najpierw wybierają typ funkcji: *Jawna Y = Y(X)*. Dalej wykonują sekwencje poleceń *Obiekt/Utwórz* i w oknie

[4] M. Zhaldak, Y. Goroshko, E. Smyrnova-Trybulska, E. Vinnyhenko: *Matematyka z GRAN-1W*. Sosnowiec 2005, s. 252.

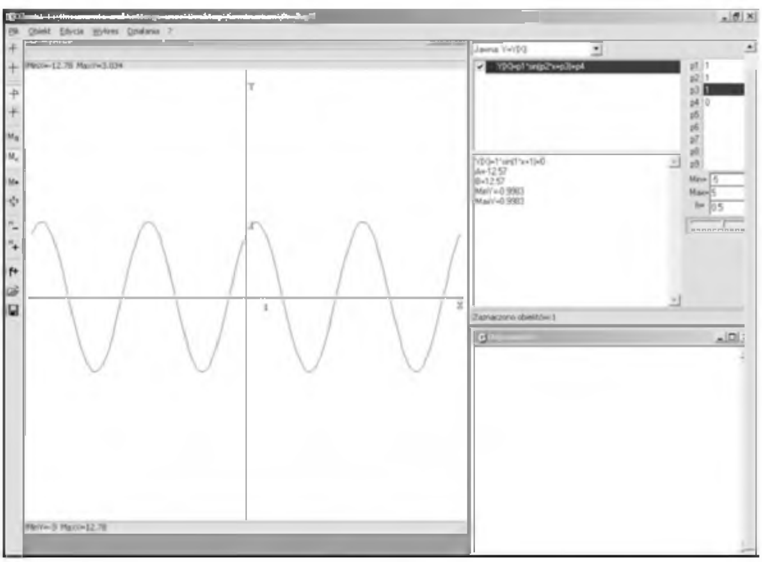
[5] Ibidem, s. 79—82.

Wprowadzenie wyrażenia zależności (rys. 1.) wprowadzają wzór funkcji $Y = p1*\sin(p2*x + p3) + p4$ (zamiast parametrów funkcji A, ω, φ, ψ_0 wprowadzają $p1$, $p2$, $p3$, $p4$ według oznaczeń, przyjętych w programie GRAN-1W). Polecenie *Wykres/Utwórz* utworzy wykres wcześniej wprowadzonej funkcji. Za pomocą suwaka dynamicznego, zmieniając po kolei wartości parametrów $p1$,

a)



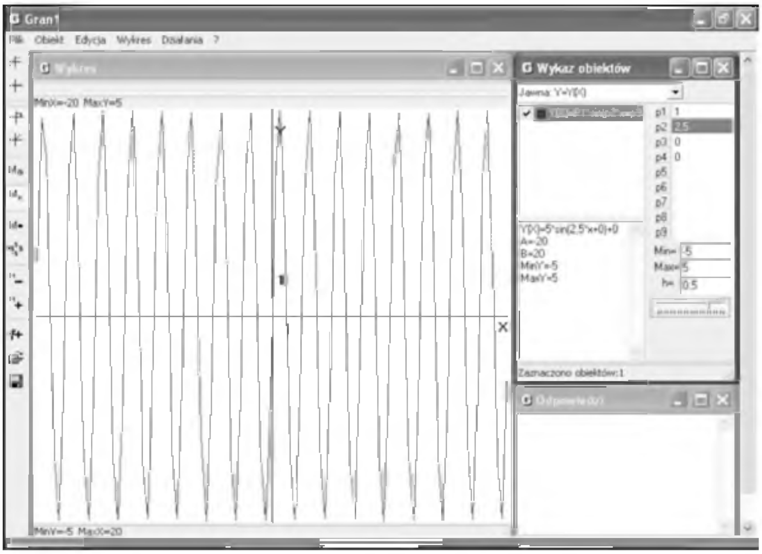
b)



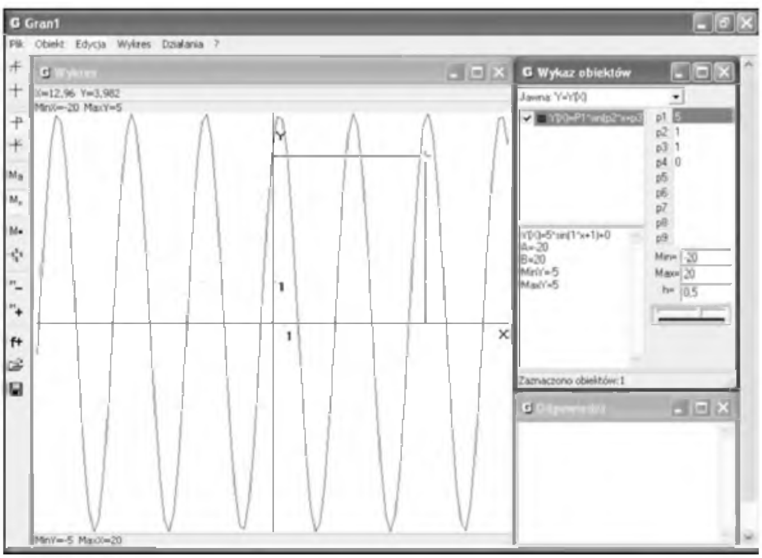
Rys. 1. Badania i wizualizacja graficzna drgań harmonicznych; a) wykres funkcji badanej dla $p1 = p2 = 1$, $p3 = p4 = 0$; b) badanie i wizualizacja zmiany fazy przy zmianie parametru $p3$

$p2$, $p3$, $p4$, otrzymują rozbudowany wykres sinusoidy, znany również w fizyce jako drgania harmoniczne. Uczniowie analizują zmiany wykresu i wnioskują o zależności kształtu i właściwości wykresu od parametrów funkcji (rys. 2. i 3.).

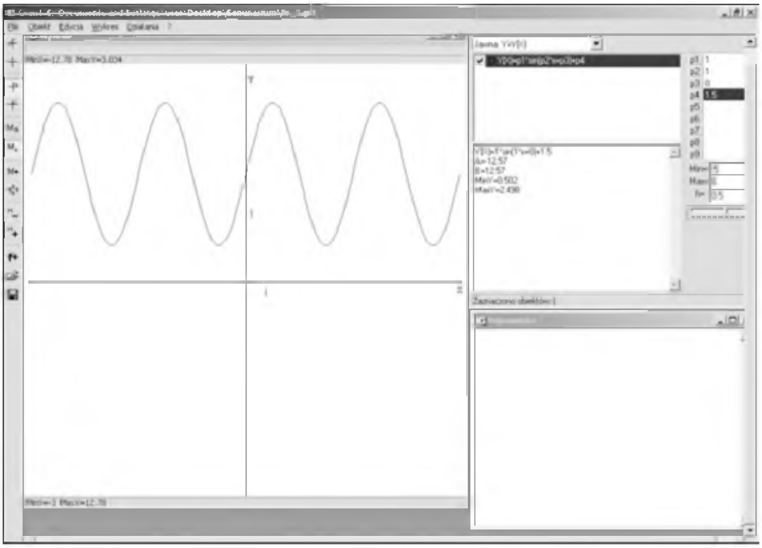
a)



b)



Rys. 2. Badania i wizualizacja graficzna drgań harmonicznych; a) badania i wizualizacja zmiany częstotliwości przy zmianie parametru $p2$; b) badania i wizualizacja zmiany amplitudy przy zmianie parametru $p1$



Rys. 3. Badania i wizualizacja przesunięcia wykresu wzdłuż osi *OY* przy zmianie parametru $p4(y_0)$

Przykład 2.

Określić liczbę rozwiązań układu równań w zależności od parametru k:

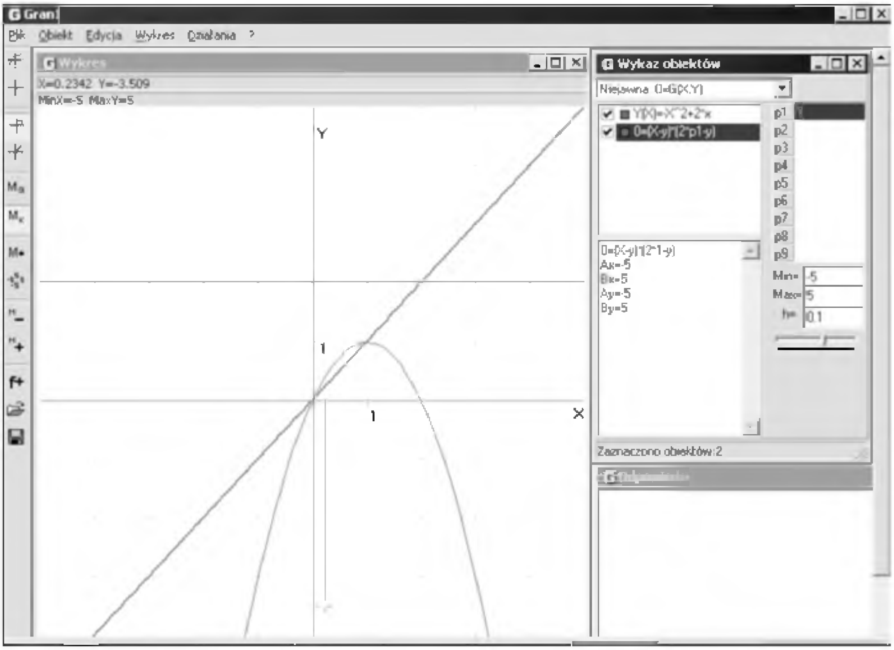
$$\begin{cases} y = -x^2 + 2x \\ (x-y)(2k-y) = 0 \end{cases}$$

Rozwiązanie.

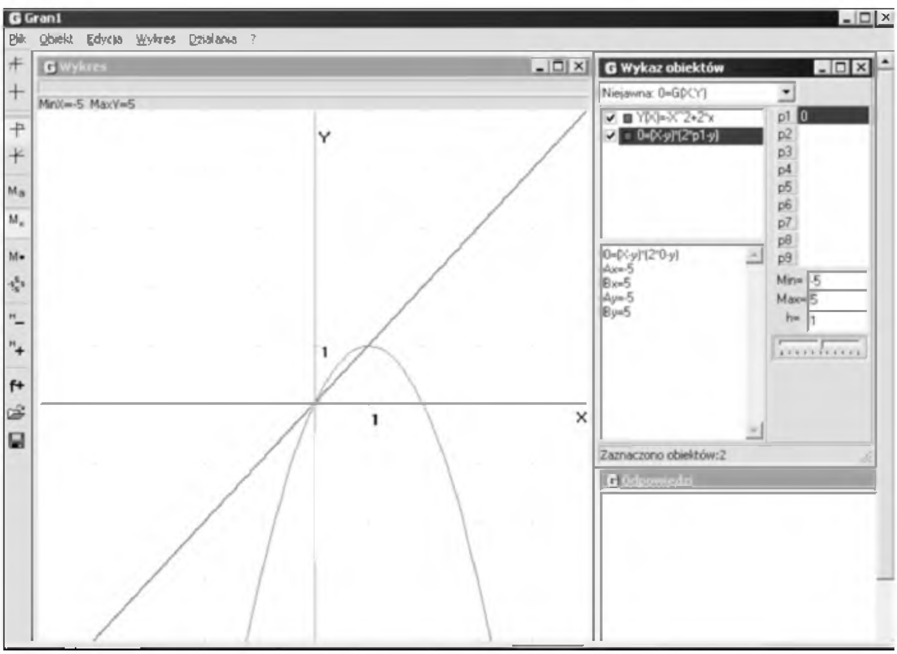
Uwaga: Uczniowie tradycyjnie rozwiązują to zadanie algebraicznie i formułują najczęściej błędną odpowiedź. Wynika to stąd, że nie zwracają uwagi na punkty: 0,0 (dla $k = 0$) oraz 1,1 (dla $k = 0{,}5$), przez które przechodzą zarówno proste o równaniach: $y = x$, $y = 2k$, jak i parabola. Przeprowadzenie badań i wizualizacja zagadnienia, np. za pomocą programu GRAN-1W, wpływają na skorygowanie popełnionego błędu lub naprowadzają ucznia na sposób samodzielnego rozwiązania zadania.

Uczniowie mogą sporządzić ilustrację graficzną układu za pomocą programu GRAN-1W.

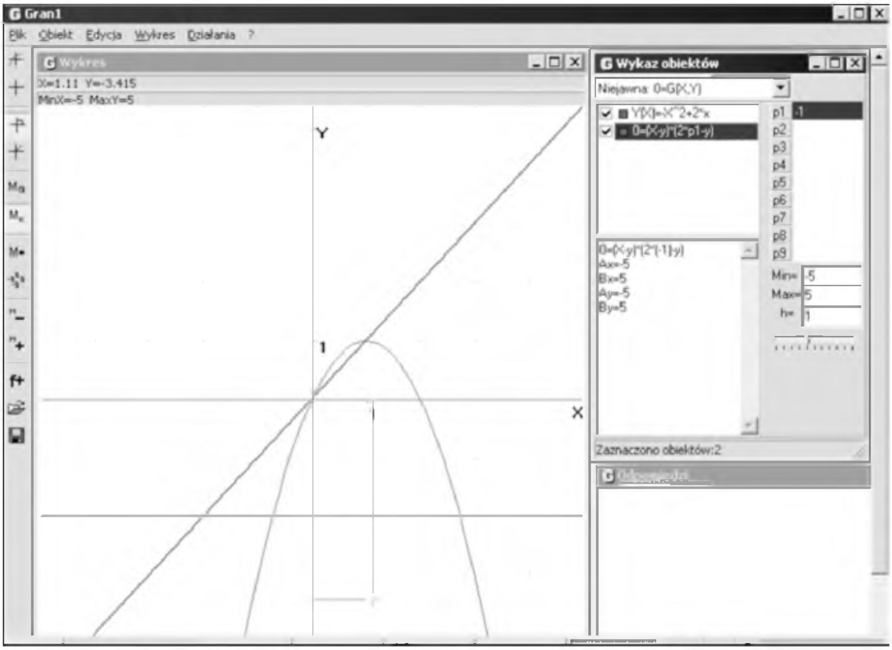
Wykres równania pierwszego sporządzają, korzystając z typu funkcji: *Jawna*, a wykres równania drugiego, korzystając z typu funkcji: *Niejawna*. Za pomocą suwaka dynamicznego, zmieniając wartość parametru $p1(=k)$ i obserwując powstające wykresy, dochodzą do wniosku, że przykład 2. ma dwa rozwiązania dla $k \geq \frac{1}{2}$ (rys. 4.), trzy rozwiązania dla $k = 0$ (rys. 5.), cztery rozwiązania dla $k < \frac{1}{2} \wedge k \neq 0$ (rys. 6.).



Rys. 4. Ilustracja dwóch rozwiązań równań z przykładu 2. dla $k \geq \frac{1}{2}$



Rys. 5. Ilustracja trzech rozwiązań równań z przykładu 2. dla $k = 0$



Rys. 6. Ilustracja czterech rozwiązań równań z przykładu 2. dla $k < \frac{1}{2} \wedge k \neq 0$

Przykład 3.

Zbadać, dla jakich wartości parametru k istnieje rozwiązanie równania:

$$\sin^2 x + \sin x + m = 0$$

Rozwiązanie.

Uwaga: Uczniowie tradycyjnie rozwiązując to zadanie algebraicznie, wprowadzają pomocniczą niewiadomą ($\sin x = t$) oraz zakładają najczęściej, że wyróżnik równania jest nieujemny i obydwa pierwiastki t_1, t_2 należą do przedziału (przynajmniej jeden pierwiastek należy do $\langle -1,1 \rangle$). Badania w programie GRAN i wizualizacja zagadnienia pomagają im rozwiązać poprawnie to zadanie. W programie GRAN-1W można rozwiązać je np. w sposób pokazany na rys. 7. lub za pomocą suwaka dynamicznego (rys. 8.).

W wyniku graficznej analizy badanego równania z parametrem, otrzymamy wynik:

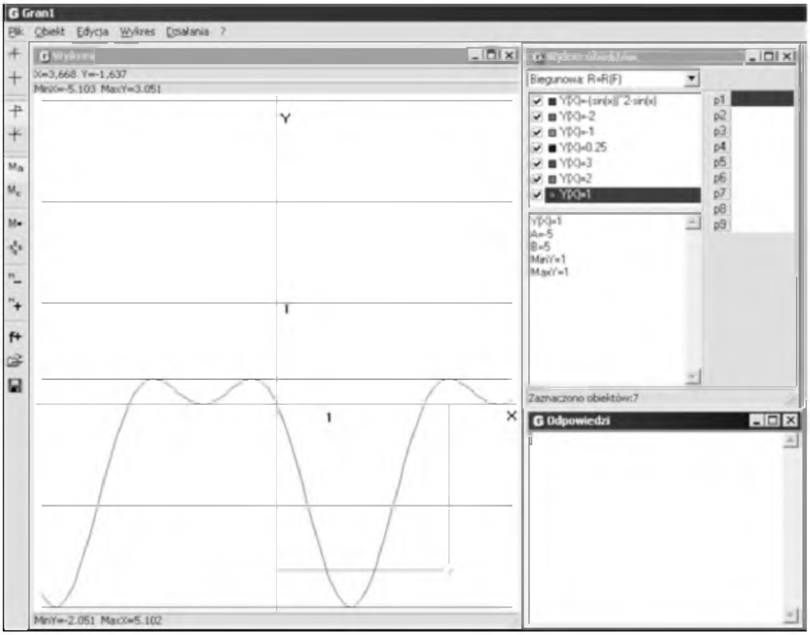
$$m \in \left\langle -2, \frac{1}{4} \right\rangle$$

Przykład 4.

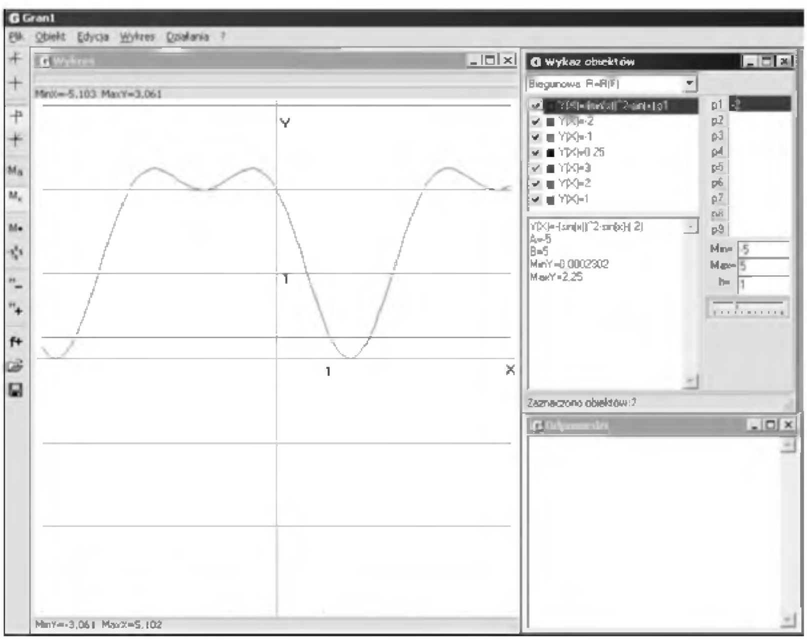
Dla jakich wartości parametru m równanie

$$2^{2x^2} - 3 \cdot 2^{x^2} + m = 0$$

ma dwa różne rozwiązania?



Rys. 7. Badania i ilustracja rozwiązania równania z przykładu 3. za pomocą programu GRAN-1W (wykres funkcji $y = -\sin^2 x - \sin x$)



Rys. 8. Badania i ilustracja rozwiązania równania z przykładu 3. za pomocą programu GRAN-1W (wykres funkcji dla $y = -\sin^2 x - \sin x + m$ dla $m = 2$)

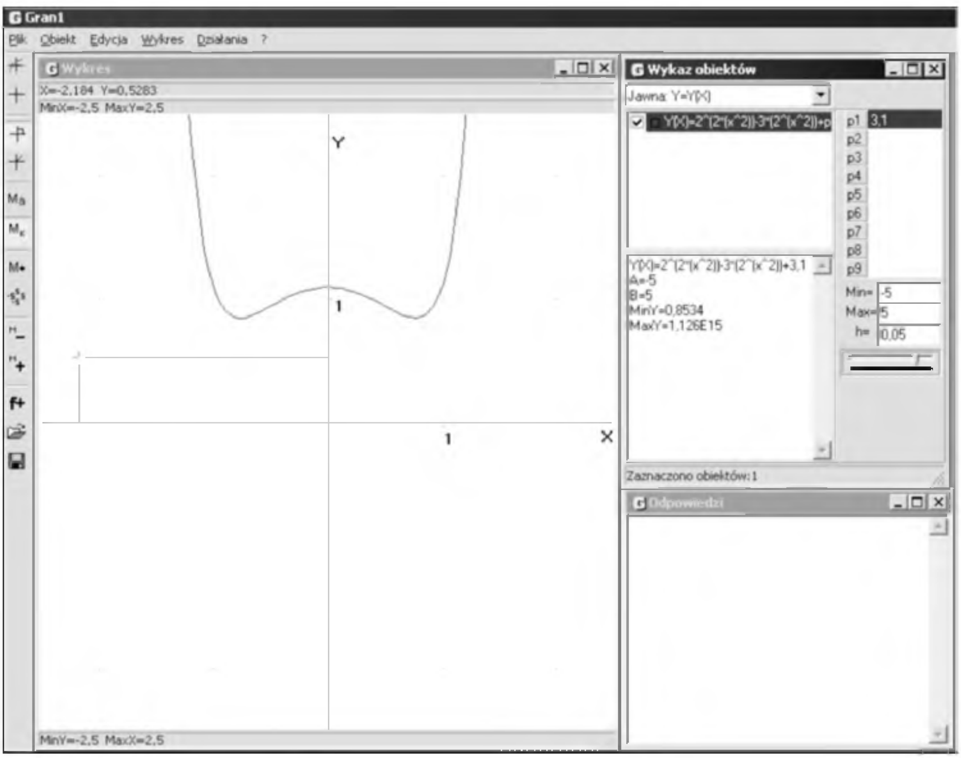
Rozwiązanie.

Uwaga: Uczniowie, tradycyjnie rozwiązując to zadanie algebraicznie, wprowadzają pomocniczą niewiadomą ($2^{x^2} = t$) oraz zakładają błędne lub niekompletne warunki. W programie GRAN-1W zadanie to można zbadać i rozwiązać analogicznie jak w przykładzie 3. lub za pomocą suwaka dynamicznego, co ilustrują rysunki 9, 10, 11, 12, 13.

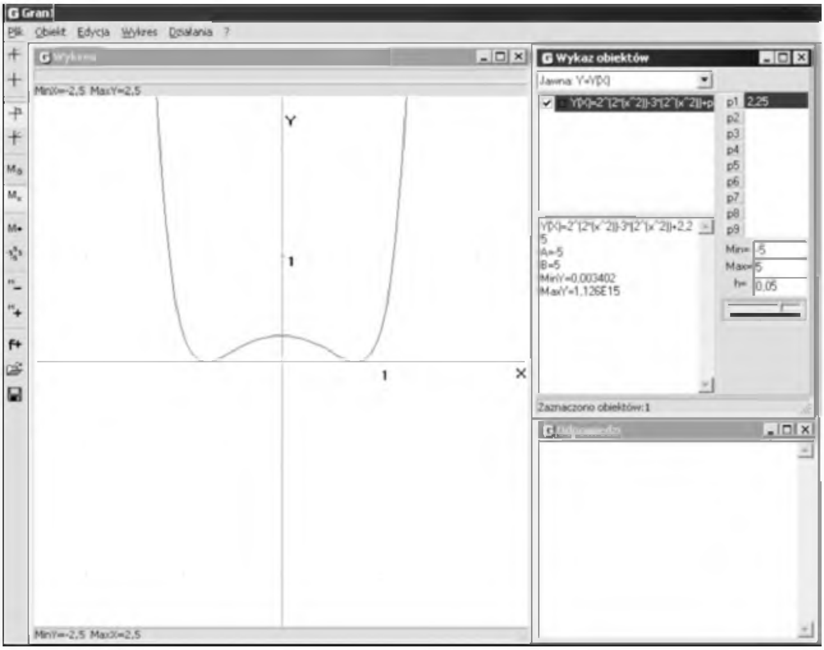
Graficzna analiza badanego równania z parametrem, pozwala otrzymać wynik:

$$m \in (-\infty, 2) \cup \left\{ 2\frac{1}{4} \right\}.$$

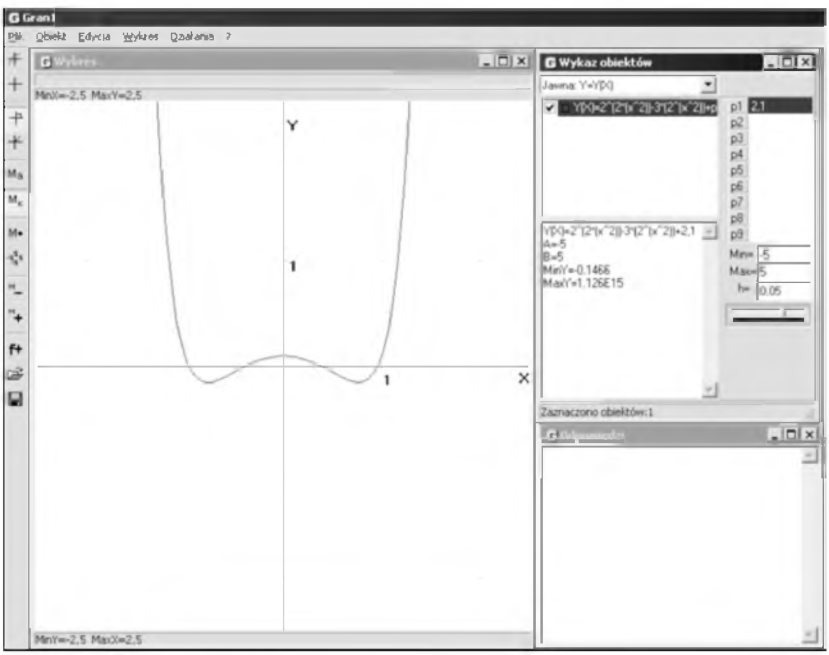
Można wymienić jeszcze kilka kolejnych przykładów, wśród których są zadania do samodzielnego rozwiązania przez uczniów, studentów szkół wyższych lub do rozwiązania na zajęciach koła matematycznego.



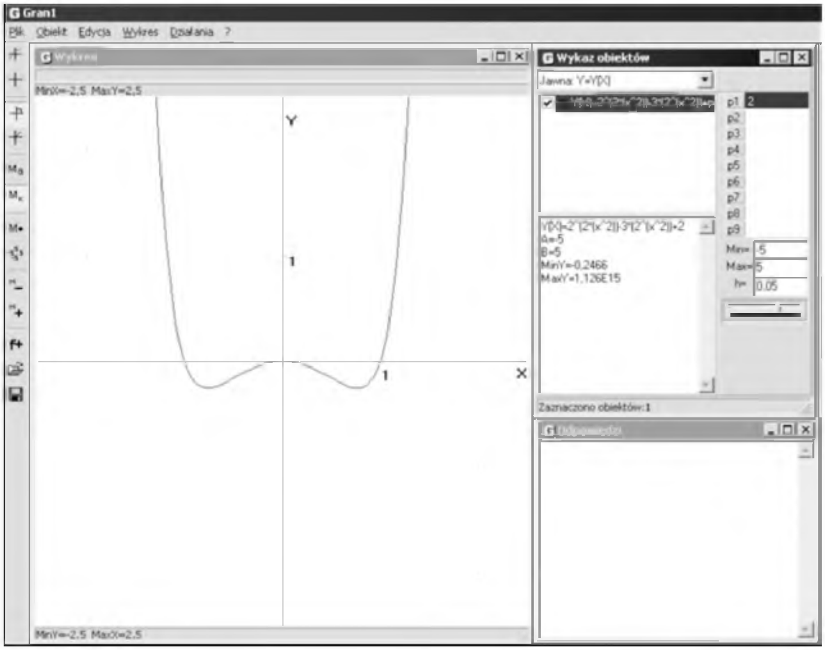
Rys. 9. Ilustracja dla $m = 3,1$



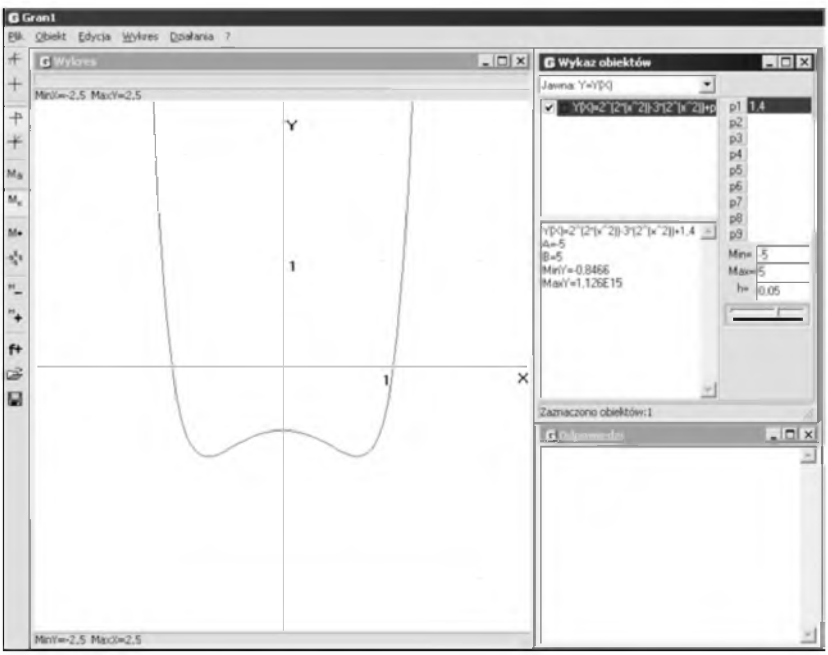
Rys. 10. Ilustracja dla $m = 2,25$



Rys. 11. Ilustracja dla $m = 2,1$



Rys. 12. Ilustracja dla $m = 2$



Rys. 13. Ilustracja dla $m = 1{,}4$

Przykład 5[6]**.**

Przeanalizować funkcje

$$r = A\sin(\omega\varphi)$$

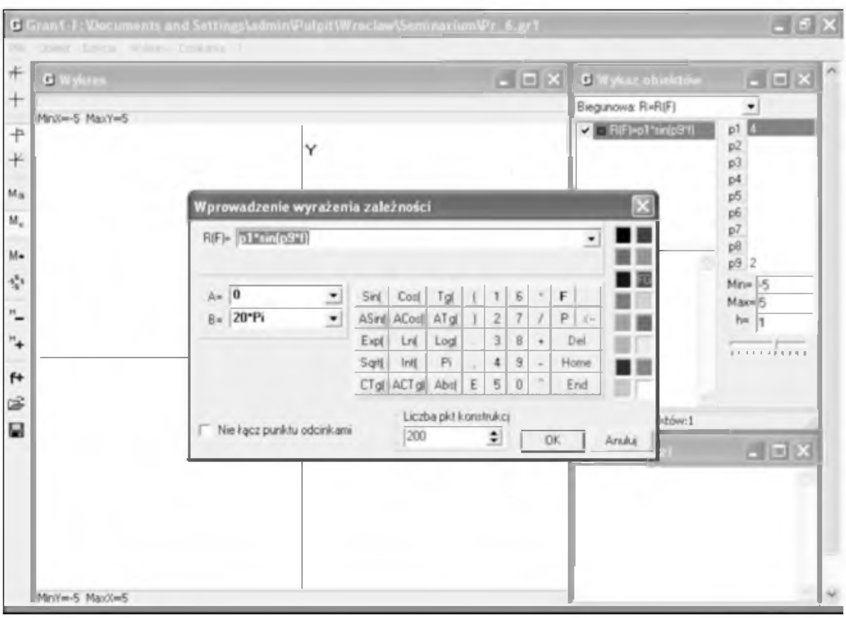
we współrzędnych biegunowych (wartość parametru ω wpływa na liczbę płatków „róży").

Rozwiązanie.

W programie GRAN-1W najpierw uczniowie wybierają typ funkcji: *Biegunowa* $R = R(f)$. Następnie wykonują sekwencje poleceń *Obiekt/Utwórz* i w oknie *Wprowadzenie wyrażenia zależności* (rys. 14.) wprowadzają wzór funkcji $R(f) = p1*\sin(p9*f)$ (zamiast parametrów funkcji A, ω, wprowadzają $p1$, $p9$ według oznaczeń przyjętych w programie GRAN-1W). Polecenie *Wykres/Utwórz* utworzy wykres wcześniej wprowadzonej funkcji. Za pomocą suwaka dynamicznego, zmieniając po kolei wartości parametru $p1$, $p9$, uczniowie otrzymują wykresy „róży" z różną liczbą płatków (rys. 15, 16, 17), formułują wnioski i przedstawiają je na forum.

Ćwiczenia do samodzielnego wykonania[7]**.**

1. Wyznacz p tak, żeby liczba 1 była dwukrotnym pierwiastkiem wielomianu $x^3 - 3px^2 + 2p$.

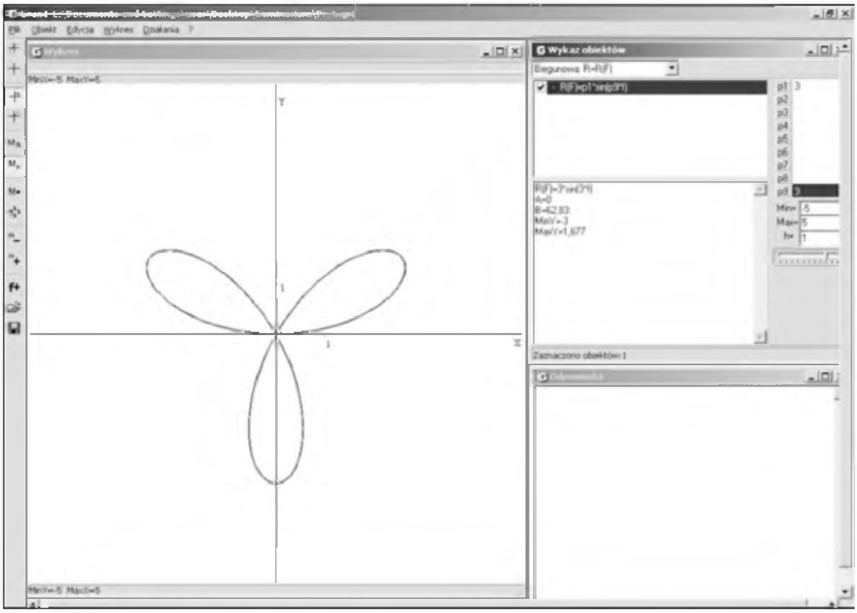


Rys. 14. Okno *Wprowadzenie wyrażenia zależności* programu GRAN-1W

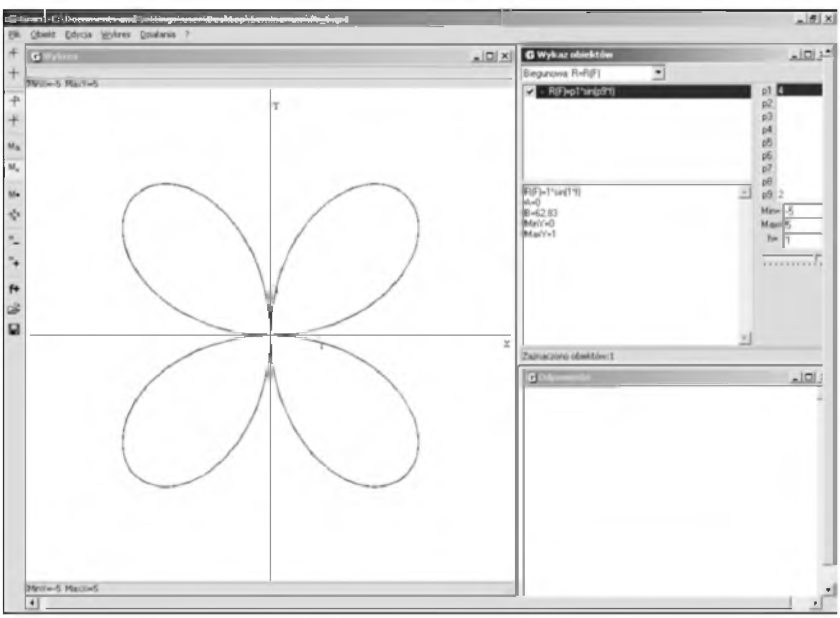
[6] Ibidem, s. 88—90.

[7] Ibidem, s. 92.

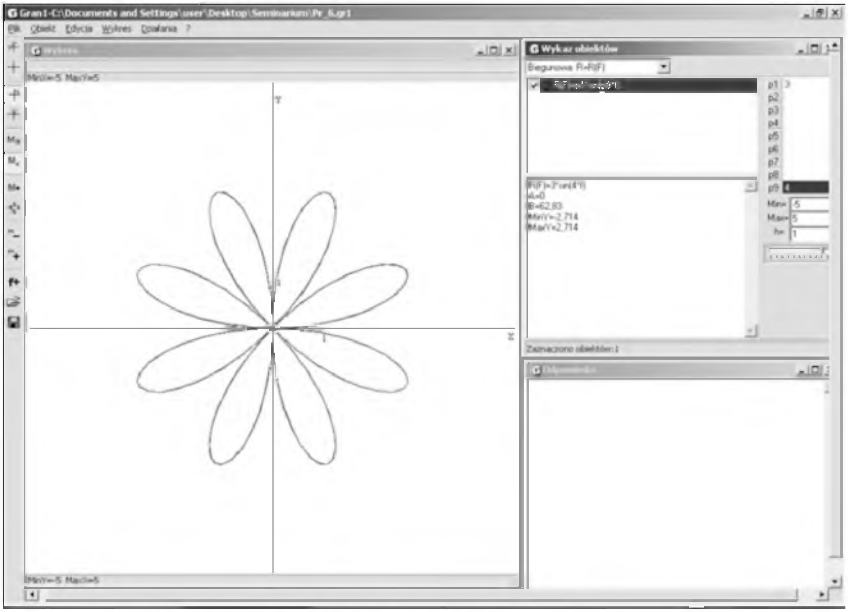
2. Dla jakiej wartości m wielomian $x^3 - 3x + m$ ma pierwiastek dwukrotny? Oblicz ten pierwiastek.



Rys. 15. Wykres funkcji $R(f) = p1*\sin(p9*f)$ dla $p1 = 3$, $p9 = 3$



Rys. 16. Wykres funkcji $R(f) = p1*\sin(p9*f)$ dla $p1 = 4$, $p9 = 2$



Rys. 17. Wykres funkcji $R(f) = p1*\sin(p9*f)$ dla $p1 = 3$, $p9 = 4$

3. Wykaż, że dla każdych liczb a, b liczba 1 jest zawsze rozwiązaniem równania $ax^3 - bx^2 + bx - a = 0$. Wyznacz wartości parametrów a i b, dla których to równanie ma trzy pierwiastki, w tym jeden podwójny.
4. Oblicz współrzędne środka symetrii wykresu funkcji $y = -x^3 + 3x^2 + 7x + 11$.
5. Jaki warunek muszą spełniać współczynniki a, b, c oraz d we wzorze funkcji $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, aby środek symetrii jej wykresu leżał na osi y?
6. Jaki warunek muszą spełniać współczynniki a, b oraz c, aby środek symetrii wykresu funkcji $y = ax^3 + bx^2 + cx$ leżał na osi x?

Podsumowanie

W artykule przedstawiono zalety heurystycznej metody nauczania, z wykorzystaniem wybranego programu komputerowego. W tym wypadku to program GRAN-1W, zastosowany do komputerowego wspomagania nauczania na lekcjach matematyki, przy rozwiązywaniu zadań z parametrami. Z punktu widzenia nauczyciela matematyki jest to nieoceniona pomoc, zwłaszcza przy rozwiązywaniu zadań o nietypowym charakterze, np. przy zmianach parametrów lub wartości współczynników. Zaproponowane przykłady stanowią punkt wyjściowy do samodzielnego wykorzystywania programu, który, zdaniem autorów opracowania, jest przede wszystkim przyjazny dla użytkownika, stanowiąc jednocześnie ważny element wsparcia dla nauczyciela matematyki.

Eugenia Smyrnova-Trybulska, Janina Duda, Katarzyna Kuchejda

The development of creative thinking in Maths lessons on the basis of the application of heuristic teaching methods and information technology

S u m m a r y

The article presents the conception of assisted teaching with the use of heuristic methods. The basis constitutes the GRAN-1W programme of computer assisted Maths teaching.

The first part of the article discusses the notion and principles of heuristic sciences in the historical context. Further on, it shows the basis for the use of the content-based computer programme by means of given tasks. Finally, it presents the examples to solve individually.

Eugenia Smyrnova-Trybulska, Janina Duda, Katarzyna Kuchejda

Die Schulung des kreativen Denkens im Mathematikunterricht mit Hilfe heuristischer Bildungsmethoden und Informationstechnologien

Z u s a m m e n f a s s u n g

Im vorliegenden Artikel wird die Konzeption der mit Hilfe heuristischer Methoden unterstützten Bildung dargestellt. Die Grundlage dafür ist das Computerprogramm für Mathematikunterricht GRAN-1W.

In dem ersten Teil erklären die Verfasser den Begriff und die Prinzipien der heuristischen Lehre, um dann an konkreten Aufgaben die praktische Anwendung des Computerprogramms zu zeigen. Am Ende befinden sich Beispielsaufgaben zur selbständigen Lösung.